

**Examenul de bacalaureat național 2019**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Clasa a XII-a**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $(1 + \sqrt{5})^2 - \sqrt{20} = 6$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ . Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axa  $Ox$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $4^x \cdot 8^{x+1} = 16^{2x}$ .
- 5p 4. Determinați numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 15.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctul  $A(a, a+1)$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$ , știind că punctul  $A$  se află pe dreapta de ecuație  $y = 2x - 1$ .
- 5p 6. Demonstrați că  $(2 \sin x + 3 \cos x)^2 + (3 \sin x - 2 \cos x)^2 = 13$ , pentru orice număr real  $x$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} x & x-1 \\ x-1 & x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(2)) = 3$ .
- 5p b) Demonstrați că  $A(x) \cdot A(y) = A(2xy - x - y + 1)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a$ , știind că  $A(a) = A(x) \cdot A\left(\frac{1}{2}\right) \cdot A(y)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = x + y - \frac{xy}{4}$ .
- 5p a) Arătați că  $6 * 2 = 5$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * (4x) = 6$ .
- 5p c) Calculați  $1 * 2 * 3 * \dots * 2019$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3 + \frac{x-3}{e^x}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{4-x}{e^x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Arătați că funcția  $f$  este convexă pe  $[5, +\infty)$ .
- 5p c) Demonstrați că  $x - 3 \leq e^{x-4}$ , pentru orice număr real  $x$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 6x^2 + 4x + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^1 f(x) dx = 5$ .
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției  $f$  este crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a$ ,  $a > 1$ , pentru care  $\int_1^a \frac{f(x)}{x} dx = 13 + \ln a$ .