Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinaţi partea reală a numărului complex $z=3+2(1-i)$.

5p **2.** Arătați că $x_1+x_2+2x_1x_2=23$ ştiind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-3x+10=0$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+x+1}=1$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale impare de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1,\ 2,\ 3\}$.

5p **5.** Determinaţi numărul real a pentru care dreptele de ecuații $y=(a-1)x+1$ și $y=2x-3$ sunt paralele.

5p **6.** Determinaţi raza cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB=3$, $AC=4$ și $BC=5$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculaţi $\det\left(A(2)\right)$.

5p **b)** Determinaţi numărul real x pentru care $A(x)\cdot A(-x)=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Arătați că $\det\left(A(1)+A(2)+\cdots+A(n)\right)=\dfrac{n^2(n-1)(n+3)}{4}$ pentru orice număr natural nenul n.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=4(x+y-3)-xy$.

5p **a)** Calculaţi $2*4$.

5p **b)** Arătați că $x*y=4-(x-4)(y-4)$ pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x*x*x=x$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x-x+1$.

5p **a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to e} f(x)=1$.

5p **b)** Arătați că $f'(x)=\ln x$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **c)** Arătați că $f(x)\geq 0$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x^2+8x+15}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^{2014}(x+3)(x+5)f(x)\,dx=2014$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\cdot f'(x)\,dx=-\frac{1}{144}$.

5p **c)** Determinaţi numărul real a, $a>0$ ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=a$, are aria egală cu $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{10}{9}$.